

Mathematik 1 für Informatiker (Drmota)

05.12. 2003

1) Vollständige Induktion

$$\sum_{j=0}^n j3^j = \frac{3}{4}[(2n-1)3^n + 1]$$

2) Gauß'sches Eliminationsverfahren (Man bestimme alle Lösungen)

$$x + y + 2z - 2u = 2$$

$$2x + z - 3u = 0$$

$$3x + y + 3z - 5u = 2$$

$$-x + 3y + 4z = 6$$

3) Berechne Limes der Folgen

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^{4/3} - 5n^{7/5} + 6}{2n^{1/3} - 2n^2 + 3}$$

$$b) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-6)n^3 + 3n^2 - 1}{\frac{5}{2n^2} + 3n^3}$$

4) Man zeigt (mit Quotientenkriterium) dass:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \binom{2n}{n} x^n$$

für alle x mit $|x| < \frac{1}{4}$ konvergiert und für alle x mit $|x| > \frac{1}{4}$ divergiert

Theoriefragen:

1) Definition: Binomialkoeffizient, Binomischer Lehrsatz.

Welches kombinatorische Abzählproblem wird damit gelöst?

2) Definition: Ring, Körper

3) $A \in K^{n \times n}$, wann heißt λ Eigenwert von A , wie wird der Eigenwert berechnet?

Was sind die Eigenvektoren von A ? //nicht ganz sicher ob σ stimmt!

4) Wann heißt eine reelle Folge $(a_n)_{n \geq 0}$ konvergent?

Wann heißt eine reelle Reihe $\sum_{n=0}^{\infty} (a_n)$ konvergent?

5) Multiplikationssatz für Determinanten (1 Punkt)

6) $f: U \rightarrow V$ injektiv?

19.03. 2004

1) Man erläutere das Prinzip der vollständigen Induktion anhand des folgenden Beispiels:

$$\cos(x) \cos(2x) \cos(4x) \dots \cos(2^{n-1} x) = (\sin(2^n x)) / (2^n \sin(x))$$

für alle $n \in \mathbb{N}^+$, $x \in \mathbb{R}$, $x \neq k \cdot \pi$

Alle Schritte des Induktionsbeweises sind genau anzugeben!

(Hinweis: verwenden Sie die Identität: $\sin(2x) = 2 \sin x \cos x$)

2) Bestimmen Sie $\det(A^3)$ für

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 & 2 \\ 3 & 12 & 2 & 2 \\ 1 & 4 & 7 & -3 \\ 1 & 2 & 3 & 8 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie weiters, ob die Matrix A invertierbar ist und bestimmen Sie ggf. $\det(A^{-1})$.

3) Bestimmen Sie alle Lösungen über $\mathbb{R}$ von

$$x - y + z + u = -2$$

$$2x + y - 2z + u = 2$$

$$7x + 5y - 9z + 3u + v = 10$$

mit dem Gaußschen Eliminationsverfahren.

4) Untersuchen Sie folgende Reihen auf Konvergenz:

a) unendl.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-1}{5^n}$$

b) unendl.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 2n}{n^2 + 2}$$

Theoriefragen:

1) Wann ist R Teilmenge von $M \times M$ eine Äquivalenzrelation?

Alle definierenden Eigenschaften sind genau anzuführen. (4 Punkte)

2) Was versteht man unter einer Permutation einer endlichen Menge?

Was versteht man unter einer Permutation einer endlichen Multimenge?

Geben Sie jeweils auch eine Formel für die Anzahl an!

Wieso entsprechen die Permutationen einer Multimenge, die aus k -mal dem Element a und $(n-k)$ -mal dem Element b besteht, den k -elementigen Teilmengen einer n -elementigen Menge? (4 Punkte)

3) Wie sind die algebraischen Strukturen Gruppoid, Halbgruppe, Monoid und Gruppe definiert?

Alle Eigenschaften genau (4 Punkte)

4) Wann ist eine Abbildung $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ stetig an der Stelle x_0 ?

Wann ist eine Abbildung $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ differenzierbar an der Stelle x_0 ?

Wann ist eine Abbildung $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ stetig differenzierbar an der Stelle x_0 ?

(4 Punkte)

5) Wie ist der Rang $\text{rg}(A)$ einer Matrix A definiert? (1 Punkt)

6) Wann ist eine Abbildung $f: U \rightarrow V$ (U, V Mengen) surjektiv? (1 Punkt)

10.3.06

1) Induktionsbeispiel:

$$(1+x)(1+x^2)(1+x^4)(1+x^8)\dots(1+x^{2^n}) = 1-x^{2^{n+1}} / (1-x)$$

2) Man sollte die Matrix A in eine inverse A^{-1} umwandeln nach dem Erweitertem Gaußschem Verfahren!

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

3) Untersuchen auf Konvergenz:

a) Summe von $n^2 - 5 / 2^n$

b) Summe von $(-1)^n / (\text{Wurzel von } n) + 1$

Theoriefragen:

4) Binomialkoeffizienten, Binomischen Lehrsatzes..

5) Wann ist eine Funktion stetig in x_0 ? Beispiel angeben für eine unstetige Fkt.!

bzw. Wann ist folgende Fkt: $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 4} / \sqrt{x^2 - 2x}$ stetig! $x \in \mathbb{R} \setminus [0, 5]$

05.05.2006

1) Induktion :

$$\cos(x) \cdot \cos(2x) \cdot \cos(4x) \dots \cos[2^{n-1}x] = \sin(2^n x) / 2^n \sin(x)$$

$$\text{Hinweis: } \sin(2x) = 2\sin(x)\cos(x)$$

2) Quotientenkriterium.

3) eine Matrix mit Hilfe von Gauß-Jordan zu invertieren, also A^{-1} bilden.

Theoriefragen:

4) Variation mit und ohne Wiederholung Formeln und Erklärung
Kombination mit und o. Wiederholung Formeln und Erklärung

5) Wann ist eine Funktion stetig?

Geben Sie ein Funktion an die nicht stetig ist.

Wann ist eine Funktion differenzierbar?

Wenn eine Funktion differenzierbar ist, ist sie dann auch stetig

02.07.2007

1) vollständige Induktion

Summe von $j=0$ bis $n = (4^{n+1})/9 * (3n+1) + (4/9)$ //angeblich falsch

summe von $j=0$ bis $n (j*4^j) = (4^{n+1})/9 * (3n+1) + (4/9)$ //angeblich richtig

2) Inverse Matrix ausrechnen (4x4 Matrix)

3) Grenzwert einer Folge

Theoriefragen:

4) Binomialkoeffizient - wo in Kombinatorik verwendet? und binomischer Lehrsatz

5) wann ist eine Funktion stetig / differenzierbar. Bsp für nicht stetige. ist jede differenzierbare Funktion auch stetig

05.10.2007

1) Beweisen sie durch Induktion:

$$\cos(x) * \cos(2x) * \dots * \cos(2^{n-1}x) = \frac{\sin(2^n x)}{2^n \sin(x)}$$

Hinweis: $\sin(2x) = 2\sin(x) * \cos(x)$

2) Gegeben ist eine 4x4 Matrix A.

Gesucht ist die inverse Matrix A^{-1} nach dem erweiterten Gauß- Verfahren.

3) Beweisen sie, dass die Reihe

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{1}{n+1} \binom{2n}{n} x^n \right] \text{ für } |x| < \frac{1}{4} \text{ konvergiert.}$$

Theoriefragen:

4) Permutation einer Menge? Wie berechnet man die Anzahl?

Permutation einer Multimenge? Wie berechnet man die Anzahl?

5) Konvergenz von Folgen?

Konvergenz einer Reihe $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$

Hilfreiche Webseiten:

http://inf.wikiserver.at/mathe1_new/index.php/Hauptseite

<http://wikiserver.mdm.tuwien.ac.at/lva/118149/%C3%9Cbungen>

<http://www.informatik-forum.at/showthread.php?t=21552>

http://vowi.fsinf.at/wiki/TU_Wien:Mathematik_1_VO_%28Dr.mota%29/Zusammenfassung

http://wikiserver.mdm.tuwien.ac.at/lva/118149/PO_Dr.mota20040319

Zusammenfassung und abtippen: Martin Tintel (mtintel)

Bei Fehlern oder wenn jemand eine PO hat die in der Datei nicht drinnen ist, bitte eine E Mail an [mich](#) schicken!